Пусть функция , где . Если существует предел слева функции в точке и он равен значению функции в точке

то функия непрерывна слева в точке .

Пусть функция , где . Если существует предел слева функции в точке и он равен значению функции в точке

то функия непрерывна справа в точке .

Функция называется непрерывной на отрезке , если она непрерывна в любой точке , в точке непрерывна справа, а в точке – непрерывна слева.

Теорема (первая теорема Вейерштрасса)

Если функция непрерывна на отрезке , то она ограничена на этом отрезке, то есть существует такое число что для всех верно неравенство

Теорема (вторая теорема Вейерштрасса)

Если функция непрерывна на отрезке , то она достигает на этом отрезке своих точной нижней и точной верхней граней, то есть на отрезке найдутся такие точки и что для любого значения аргумента , значение функции находится между и :

Замечания:

1. Точки и могут быть как внутренними точки точками отрезка , так и совпадать с его концами.
2. Точная верхняя грань непрерывной на отрезке функция называется максимум на этом отрезке
3. Точная верхняя грань непрерывной на отрезке функция называется минимумом на этом отрезке
4. Функция может принимать наименьшее и наибольшее значения в нескольких точках отрезка.

Теорема (вторая теорема Вейерштрасса)

Если функция непрерывна на отрезке , то она на этом отрезке принимает свои наименьшее и наибольшее значения.

Теорема Больцано-Коши о нуле функции

Если функция непрерывна на отрезке и на концах его принимает значения противоположные по знаку, то существует по крайней мере одна точка такая, что .

Теорема Коши о промежуточных значениях непрерывной функции

Если функция непрерывна на отрезке , причём и . Тогда для любого числа , заключенного между и , найдется по крайней мере одна точка , такая что .

Другими словами, непрерывная на отрезке функция принимает все промежуточные значения между её значениями на концах отрезка.